

Time Complexity

時間複雜度

時間複雜度 – 定義

- 描述一個演算法的效率的工具。
- 根據輸入規模，來表達演算法需要執行的步驟的增長趨勢。

時間複雜度 - 含義

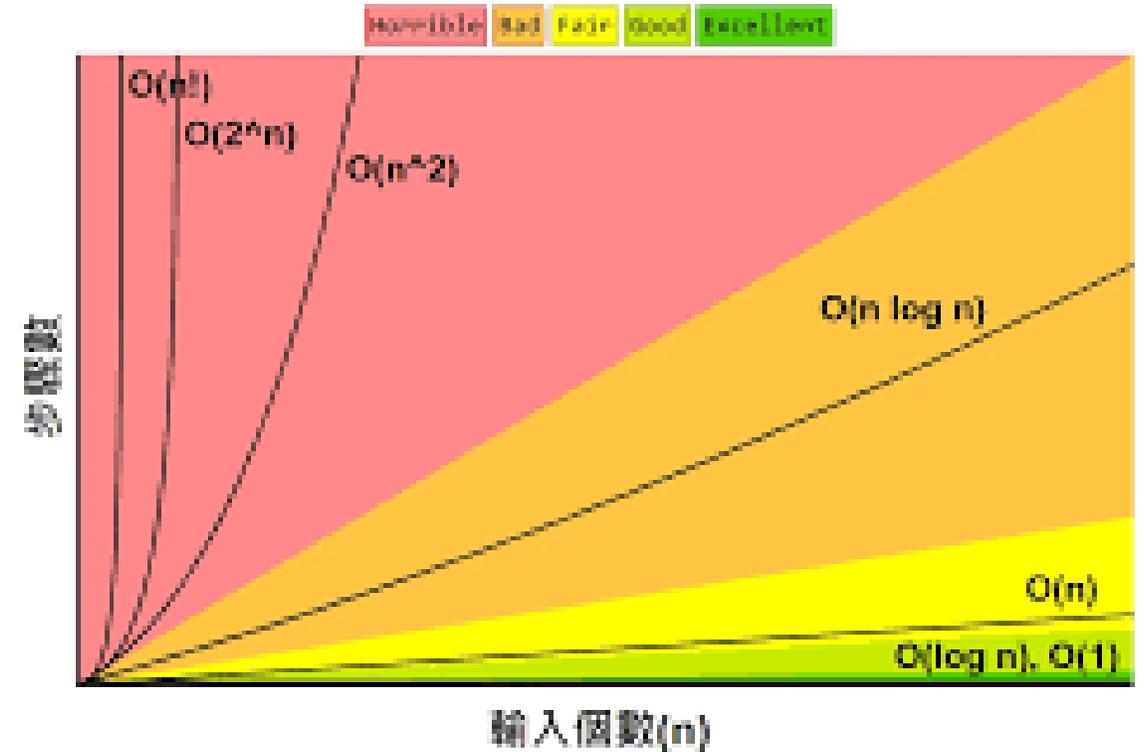
- $O(n)$ 的複雜度 -> 要執行的步驟數和 n 呈現近線性關係
- $O(n^2)$ 的複雜度 -> 要執行的步驟數和 n^2 呈現近線性關係

時間複雜度 – 簡化

- $O(n)$ 的複雜度 \rightarrow 要執行的步驟數和 n 呈現近線性關係：
- 因此 $O(2n + k) = O(n)$ ，其中 k 是常數
- $O(n^2)$ 的複雜度 \rightarrow 要執行的步驟數和 n^2 呈現近線性關係：
- 因此， $O(n^2+n) = O(n^2)$ ，因為相比 n^2 ， n 太小了

時間複雜度 - 比較

常見時間複雜度比較



- $O(n)$ 線性時間。
- $O(\log(n))$ 對數時間，注意， \log 的底不重要（只是常數）。
- $O(1)$ 常數時間，無視輸入，是能實現的最小時間複雜度。

時間複雜度 - 計算 (一) : 計算最壞的情況

```
1 //A為長度n的陣列
2 for j = 2 to A.length do
3     data = A[j]
4     i = j-1
5     while i > 0 and A[i] > data do
6         A[i+1] = A[i];
7         i = i-1;
8     end while
9     A[j+1] = data;
10 end for
```

時間複雜度 - 計算 (一) : 計算最壞的情況

```
1 //A為長度n的陣列
2 for j = 2 to A.length do  $\sum_{j=2}^n O(j-1) = O(n^2)$ 
3     data = A[j]
4     i = j-1
5     while i > 0 and A[i] > data do  $O(j-1) * O(1) = O(j-1)$ 
6         A[i+1] = A[i];
7         i = i-1;  $O(1)$ 
8     end while
9     A[j+1] = data;
10 end for
```

時間複雜度 - 計算 (二)

```
1 //A為長度n的陣列
2 for i = 0 to A.length do
3     t=a[i]
4     while t>=1 do
5         t/=2
6     end while
7 end for
```

時間複雜度 - 計算 (二)

```
1 //A為長度n的陣列
2 for i = 0 to A.length do  $O(n \log M)$ 
3     t=a[i]
4     while t>=1 do  $O(\log A[i]) = O(\log M)$ 
5         t/=2  $O(1)$ 
6     end while
7 end for
```

時間複雜度 – 運用

電腦一秒鐘大概執行 $5 * 10^8$ 個指令

因此，如果你的複雜度是 $O(n)$ ， n 最高可以到 10^8 ；

如果你的複雜度是 $O(n^2)$ ， n 最高只能到 10^4 ；

如果你的複雜度是 $O(n^3)$ ， n 最高只能到 500。

時間複雜度可以幫我們判斷，給定範圍內，你的演算法超時的可能性。

當然，雖然說時間複雜度不在乎常數，但我們實際上在計算的時候，還是儘可能的把會影響的常數列入考量。